



Содержание

1. Египет
 - (a) Теория
 - (b) Задачи древнего Египта
 - (c) Решения и ответы
2. Вавилон
 - (a) Теория
 - (b) Задачи Вавилона
 - (c) Решения и ответы
3. Греция
 - (a) Теория
 - (b) Задачи древней Греции
 - (c) Решения и Ответы
4. Индия
 - (a) Теория
 - (b) Задачи древней Индии
 - (c) Решения и ответы
5. Китай
 - (a) Теория
 - (b) Задачи Древнего Китая
 - (c) Решения и ответы

Египет

Теория

Древние египтяне записывали математические правила на стенах храмов или на папирусах. Современная наука располагает сравнительно небольшим числом египетских математических документов. Их всего около пятидесяти. Самым древним документом египетской математики, относящийся к эпохе около 1850 года до начала нашего летосчисления, является «Московский папирус», который хранится в Московском музее изобразительных искусств им. А.С. Пушкина с 1912 года. В нем решены несколько задач, среди которых задача о вычислении объема пирамиды с квадратным основанием, которое является высшим достижением египетской математики. В нем содержится 25 задач. Еще одним историческим документом развития математики в Египте является папирус Ахмеса, его часто называют папирусом Райнда (английский собиратель, который нашел и приобрел папирус), который хранится в Британском музее. Папирус относится к 1700 году до нашей эры. В нем содержится решение 84 задач.

Задачи древнего Египта.

Задачи из папируса Ахмеса:

1. У семи лиц по семи кошек, каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев, из каждого колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?
2. Разделите 10 мер хлеба на 10 человек, если разность между количеством хлеба у каждого человека и ему предшествующего составляет $\frac{1}{8}$ меры.
3. «Приходит пастух с 70 быками.
Его спрашивают: - Сколько приводишь ты из своего многочисленного стада?
Пастух отвечает: - Я привожу две трети от трети скота. Сочти!»
(Узнать, сколько быков было во всем стаде)
(попробуйте решить сами)
4. Найти приближенное значение для числа, приняв площадь круга равной площади квадрата со стороной $\frac{8}{9}$ диаметра круга
(попробуйте решить сами).

Решения и ответы

1. Решение:

Переведя условие задачи на математический язык, мы видим, что она имеет геометрическую прогрессию 5 членов со знаменателем 7, а первый член равен 7.

Подсчитаем сумму пяти членов г. п. по формуле:

$$S_n = \frac{b_1(1 - g^n)}{1 - g}$$
$$s_5 = \frac{7(1 - 7^5)}{1 - 7} = 19607$$

Ответ: Числа этого ряда: 7, 49, 343, 4201, 16807. Сумма: 19607

2. Решение:

Переведя условие задачи на математический язык, мы видим, что она имеет арифметическую прогрессию из 10 членов. Сумма первых 10 равна 10, а знаменатель равен 1/8.

Из формулы суммы а. п.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} n$$

выразим a_1

$$a_1 = \frac{\frac{2S_n}{n} - d(n - 1)}{2}$$
$$a_1 = \frac{\frac{20}{10} - \frac{1}{8}(10 - 1)}{2} = \frac{7}{16}$$

Найдем $a_2 - a_{10}$ по формуле

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_2 = 7/16 + 1/8 = 9/16$$

$$a_3 = 7/16 + 1/8 * 2 = 11/16$$

$$a_4 = 7/16 + 1/8 * 3 = 13/16$$

$$a_5 = 7/16 + 1/8 * 4 = 15/16$$

$$a_6 = 7/16 + 1/8 * 5 = 17/16$$

$$a_7 = 7/16 + 1/8 * 6 = 19/16$$

$$a_8 = 7/16 + 1/8 * 7 = 21/16$$

$$a_9 = 7/16 + 1/8 * 8 = 23/16$$

$$a_{10} = 7/16 + 1/8 * 9 = 25/16$$

Ответ: 10 мер равны соответственно 7/16, 9/16, 11/16, 13/16, 15/16, 17/16, 19/16, 21/16, 23/16, 25/16.

Вавилон.

Теория

Математика в древнем Вавилоне зародилась задолго до нашей эры. Найдена математическая энциклопедия вавилонян на сорока четырех глиняных таблицах, представляющая как бы сводку всех математических достижений вавилонян и относящаяся ко времени около двухтысячного года до нашего летосчисления, то есть к моменту наивысшего расцвета вавилонской культуры.

Вавилонские памятники в виде глиняных плиток (всего около 500000) хранятся во многих музеях мира, в том числе в Эрмитаже и московском Музее изобразительных искусств, из них примерно 150 текстов математических задач.

Задачи Вавилона.

1. Задача на глиняной табличке :

Площадь А, состоящая из суммы площадей двух квадратов, составляет 1000.

Сторона одного из квадратов составляет уменьшенные на 10 две трети стороны другого квадрата. Каковы стороны квадратов?

2. Задача о вычислении числа π :

За длину окружности вавилоняне принимали периметр вписанного в эту окружность правильного шестиугольника. Найти приближение для π , которым пользовались вавилоняне.

3. Задача о шесте:

Найти длину шеста, сначала вертикально прислоненного к стене, затем смещенного так, что его верхний конец опустился на 3 локтя, причем нижний конец отступил от стены на 9 локтей.

(попробуйте решить сами).

Решения и ответы

1. Решение:

Пусть x -сторона первого квадрата, тогда $2/3x - 10$ сторона второго квадрата.

Решим уравнение:

$$1) (2/3x - 10)^2 + x^2 = 1000$$

$$13x^2 - 120x - 8100 = 0$$

$$D = 14400 + 4 \cdot 8100 \cdot 13 = 435600, \sqrt{D} = 660$$

$$x_1 = \frac{120 + 660}{2 \cdot 13} = 30$$

$$x_2 = \frac{120 - 660}{2 \cdot 13} = -\frac{540}{26}$$

(не подходит)

30-сторона первого квадрата

$$2) 2/3x - 10 = 2/3 \cdot 30 - 10 = 10 - \text{сторона второго квадрата}$$

Ответ: 30 и 10 стороны квадратов.

2. Решение:

Сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равняется радиусу, следовательно длина окружности равна шести радиусам.

$$2\pi R = 6R$$

Отсюда

$$\pi = \frac{6R}{2R} = 3$$

Ответ: $\pi = 3$.

Греция

Теория

Ученые древней Греции путешествовали в Египет для изучения науки и культуры. И примерно с IV века до нашей эры древние греки стали на путь самостоятельных изысканий по математике и достигли в этом направлении значительных успехов, особенно по геометрии. Ценными документами (памятниками математической культуры) являются труды известных математиков:

1. «Начала» сочинения из 13 книг Евклида.
 2. Работы Апполония.
 3. Трактат «О шаре и цилиндре», «О спиралях», «Леммы», «Исчисление писчинок» и др. работы Архимеда.
 4. Работы Пифагора.
 5. Сочинения «Арифметика» и «О многоугольных числах» Диофанта
 6. «Греческая антология».
 7. «Математическая коллекция» сочинения из 8 книг Паппы Александрийского.
 8. Работы, являющиеся энциклопедией античной прикладной математики Герона Александрийского.
 9. «Введение в арифметику» труд математика и философа Никомаха из Герасы.
 10. Труды Эратосфена.
 11. «Конические сечения» сочинения из 8 книг Апполония Пергского.
 12. «Задачи в стихах» рукописные сборники Метродора.
- Из большого числа задач таких известных авторов выбрала несколько, которые по моему мнению отражают эпоху древней Греции.

Задачи древней Греции

Задача Метродора:

Здесь погребен Диофант, и камень могильный
При счете искусном расскажет нам,
Сколь долгод был его век.
Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни;
В двенадцатой части затем пришла его светлая юность.
Седьмую часть жизни прибавим – пред нами очаг Гименея.
Пять лет протекли, и прислал Гименей ему сына.
Но горе ребёнку! Едва половину он прожил

Тех лет, что отец, как скончался несчастный.
Четыре года страдал Диофант от утраты такой тяжелой
И умер, прожив для науки. Скажи мне,
Скольких лет достигнув, смерть восприял Диофант?

Задача из «Греческой антологии»:

- Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?
- Вот сколько, - ответил философ – половина изучает математику, четверть – музыку, седьмая часть пребывает в молчании, и, кроме того, есть ещё три женщины.

Задача «Суд Париса»:

Богини Гера, Афродита и Афина пришли к юному Парису, чтобы тот решил, кто из них прекраснее, высказав следующие утверждения:

АФРОДИТА. Я самая прекрасная.

АФИНА. Афродита не самая прекрасная.

ГЕРА. Я самая прекрасная.

АФРОДИТА. Гера не самая прекрасная

АФИНА. Я самая прекрасная.

Все утверждения прекраснейшей из богинь истинны, а все утверждения двух остальных богинь ложны. Кто прекраснее из богинь. (*попробуйте решить сами*)

Решения и ответы

1. Решение:

Пусть x - лет прожил Диофант.

Решим уравнение:

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{2}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x.$$

$$x = 84.$$

Ответ: Диофант умер в 84 года.

2. Решение:

Пусть x - учеников у Пифагора.

Решим уравнение:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x$$

$$x = 20.$$

Ответ: школу Пифагора посещают 20 человек.

Индия

Теория

За две или полторы тысячи лет до начала нашего летосчисления были написаны древние индусские книги, называемые ведами. Многие задачи написаны в Бахшалийской рукописи, найденной в 1881 году при раскопках в Бахшали. Рукопись выполнена на березовой коре и относится к III или IV веку до нашей эры[3]. В трактате «Сущность вычисления» Сридхары много интересных задач, которыми пользовались индийские математики последующих времен. Еще одним из многих документов индийской математики является трактат «Венец астрономического учения», выдающегося индийского математика XII века Бхаскара-акария. Так же много задач есть в индийском сборнике «Сулва-сутра» («Правило веревки»), который является самым старым памятником индийской геометрии. Наиболее известными индийскими математиками являются Ариабхата (конец I в.), Брамагупта (VII), Бхаскара (XII), Сридхара (VI-X в. время точно не установлено).

Задачи древней Индии

1. Задача из Бхаскары:

На две партии разбившись, Забавлялись обезьяны. Часть восьмая их в квадрате
В роще весело резвилась. Криком радостным двенадцать Воздух свежий
оглашали. Вместе сколько ты скажешь Обезьян там было в роще?

2. Задача из индийского сборника «Сулва-сутра»:

Старинное индийское правило гласит, что надо разделить диаметр круга на 15 равных частей и взять 13 таких частей для стороны квадрата, равного (приблизительно) кругу. Определить приближение для π , получающееся в этом случае, и оценить в процентах ошибку с точностью до 3-го десятичного знака.

3. Задача-легенда:

Изобретатель шахмат, которому было предложено запросить любую награду, попросил положить ему в награду на первую клетку шахматной доски одно зерно, на вторую – 2 зерна, на третью – 4 зерна и т. д. Сколько зерен запросил мудрец?

(попробуйте решить сами)

4. Задача Магавиры:

Найти число павлинов в стае, $1/16$ которой, умноженная на себя, сидит на манговом дереве, а квадрат $1/9$ остатка вместе с 14 другими павлинами – на дереве тамала.

(попробуйте решить сами)

Решения и ответы

1. Решение:

Эту задачу сам Бхаскара решал примерно так: Если обозначим число всех обезьян через x , то задача сведется к решению уравнения

$$x^2/64 + 0 \cdot x + 12 = 0 \cdot x^2 + x + 0$$

$$x^2 - 64x = -768.$$

Прибавляя к обеим частям квадрата 32, будем иметь

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024$$

После извлечения квадратного корня получаем

$$x - 32 = 16$$

«В данном случае, - говорит Бхаскара, - отрицательные единицы первой части таковы, что единицы второй части меньше их, а потому последние можно считать и положительными и отрицательными, и получаем двойное значение неизвестного: 48 и 16»

Ответ: 48 и 16.

2. Решение:

Обозначив диаметр круга через d , будем иметь

$$\pi d^2/4 = (13/15d)^2.$$

Откуда

$$\pi = 676/225 \text{ или } \pi = 3,00(4).$$

Ответ: $\pi = 3,00(4)$

Китай

Теория

Китайская цивилизация возникла на берегах реки Хуанхэ в начале II тыс. до н.э. К древнейшим памятникам китайской математики относятся гадательные кости животных (XIV в. до н.э.), на которых сохранились обозначения цифр. А также на обломках посуды XII-XII вв. до н.э. имеются изображения геометрических орнаментов с правильными 5-, 7-, 8-, 9-угольниками. Первые книги по математике были: «Математики в девяти книгах» (III в. до н. э.), второй по размеру трактат «Десятикнижъя» автор Чжан Цюцзянь (V в.), к древнейшим математическим трактатам относится «Девять отделов искусства счета» («Киу-Чанг»).

Задачи древнего Китая

1. Задача Ло-шу:

Заполнить натуральными числами от 1 до 9 квадратную таблицу размером 3x3 так, чтобы суммы чисел по всем строкам, столбцам и диагоналям были равны одному и тому же числу 15.

2. Задача Чжан Цюцзяня:

1 петух стоит 5 цяней (цянь-денежная единица), 1 курица стоит 3 цян , 3 цыпленка стоят 1 цянь. Всего на 100 цяней купили 100 птиц. Спрашивается, сколько было в отдельности петухов, кур, цыплят.

3. Задача Сунь-цзы:

Имеются вещи, число их не известно. Если считать их тройками, то остаток 2; если считать их пятерками, то остаток 3; если считать их семерками, то остаток 2. Спрашивается, сколько вещей. (попробуйте решить сами)

Решения и ответы

1. Ответ:

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

2. Решение:

Х - число петухов, у - число куриц, z - число цыплят. Решая систему из двух уравнений

$$5x+3y+1/3z=100 \text{ и } x+y+z=100$$

Ответ: 0 петухов, 25 куриц, 75 цыплят или 4, 18, 78 или 8, 11, 81 или 12, 4, 84.

Литература

1. http://sovbuk.ru/poleznye_sovety1/ochevidnoe_neveroyatnoe/matematika_cherez_veka_i_strany/
2. http://ukruschool.ru/uploaded/mathematics_of_ancient_Egypt.pdf
3. <http://www.microarticles.ru/article/matematika-drevnego-egipta.html>
4. Сборник старинных задач по элементарной математике с историческими экскурсами и подробными решениями
5. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BD%D1%8F%D1%8F_%D0%93%D1%80%D0%B5%D1%86%D0%B8%D1%8F
6. http://yanko.lib.ru/books/hist/hist_old_greec-kuz-a.htm
7. <http://festival.1september.ru/articles/103661/>
8. <http://mathemlib.ru/books/item/f00/s00/z0000014/st002.shtml>
9. <http://www.hintfox.com/article/storiya-matematiki-v-ndii.html>
10. <http://900igr.net/prezentatsii/matematika/Drevnie-zadachi-po-matematike/014-Zadachi-Drevnej-Indii.html>
11. <http://festival.1september.ru/articles/654681/>
12. http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/History/history2/03.php
13. http://vsemirnaya-istoriya.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=857:ranii-civilizacii-v-kitae&catid=44&Itemid=17